文章编号:1000-4939(2023)05-1025-09

轴向加载下不同捻向多股钢丝绳的力学行为研究

向亮[1],陈艳[2,3],戴兰宏[2,3]

(1. 中国工程物理研究院总体工程研究所,621999 绵阳;
2. 中国科学院力学研究所非线性力学国家重点实验室,100190 北京;
3. 中国科学院大学工程科学学院,100049 北京)

摘 要:多股钢丝绳在工程结构中广泛应用,其中多数钢丝经过两次捻绕成为二次螺旋钢丝。基于 Love 弹性曲杆理论和变形前后钢丝绳结构状态分析,建立了轴向加载下考虑二次螺旋钢丝局部变形行为的多股钢丝绳弹性理论模型,并通过有限元模拟研究了钢丝绳的弹塑性力学响应。将弹性理论模型结果与有限元模拟结果、Costello 模型进行了对比验证,进一步分析了不同捻向钢丝绳(顺捻、交互捻)整绳和局部钢丝的力学行为。研究发现二次螺旋钢丝的局部响应不同于单股绳一次螺旋钢丝,钢丝的弯曲和扭转变形沿钢丝绳截面周期性变化。整绳受拉伸载荷时,沿钢丝轴线的拉伸变形占主要部分,交互捻钢丝的弯曲和扭转变形均小于顺捻钢丝,且扭转变形的方向与顺捻钢丝相反。在通常弹性使用范围内,交互捻钢丝绳沿钢丝截面的最大拉伸和扭转应力均小于顺捻钢丝绳,且产生的反作用扭矩更小,因此优于顺捻钢丝绳。

关键词:多股钢丝绳;二次螺旋钢丝;局部变形和应力;捻向;有限元方法

中图分类号:O32 **文献标志码:**A **DOI:**10.11776/j.issn.1000-4939.2023.05.007

Research on mechanical behavior of multi-strand wire ropes with different lay directions under axial loads

XIANG Liang[1], CHEN Yan[2,3], DAI Lanhong[2,3]

(1. Institute of Systems Engineering, CAEP, 621999 Mianyang, China; 2. State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 100190 Beijing, China; 3. School of Engineering Science, University of Chinese Academy of Sciences, 100049 Beijing, China)

Abstract: Multi-strand wire ropes are widely used in engineering structures and most wires in them are twisted twice to become double-helix wires. Based on the Love thin rod theory and the analysis of rope structure before and after deformation, an elastic theoretical model considering the local deformation of double-helix wires is established when the rope is subjected to axial loading, and the elastic-plastic mechanical response of wire ropes is investigated by finite element simulation. Compared with the Costello model and results of finite element simulation, the model is verified and mechanical behavior of wire ropes with different lay directions (lang lay or regular lay) is analyzed. It is found that the local response of the

收稿日期:2023-05-04 **修回日期:**2023-06-28
基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 12002328)
通信作者:陈艳,研究员。E-mail:chenyan@lnm.imech.ac.cn
引用格式:向亮,陈艳,戴兰宏. 轴向加载下不同捻向多股钢丝绳的力学行为研究[J]. 应用力学学报,2023,40(5):1025-1033.
XIANG Liang, CHEN Yan, DAI Lanhong. Research on mechanical behavior of multi-strand wire ropes with different lay directions under axial loads[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2023, 40(5):1025-1033.

double-helix wire is different from that of the single-helix wire. The bending and torsional deformations of the double-helix wire change periodically along the cross-section of the rope. When subjected to axial tension, the tensile deformation along the wire axis plays a dominant role, the bending and torsion deformation of regular lay wires is slightly smaller than that of lang lay wires, and the directions of torsion deformation for the two cases are opposite to each other. In the normal elastic range, the maximum tensile and torsion stress of the regular wire rope along the wire cross-section are smaller than those of the lang wire rope, and the reaction torque of regular wire rope is also smaller, so it is better than the lang wire rope.

Key words: multi-strand wire rope; double-helix wire; local deformation and stress; lay direction; finite element method

钢丝绳因其能承受大的拉伸载荷且易于弯曲，广泛应用于军事、交通、工业等领域中，例如架空索道、桥梁拉索、电梯和矿井提升、港口系泊缆绳等。钢丝绳作为一类关键的柔性承力构件，其力学响应特性通常决定着设备的工作性能和服役安全，是工程领域关注的重要问题之一。

钢丝绳的力学性能与其结构形式密切相关。常见的钢丝绳分为单股钢丝绳和多股钢丝绳：单股钢丝绳由多根钢丝绕中心轴线捻制而成；多股钢丝绳进一步由多根单股捻绕成型，如果股中钢丝与单股的捻向相同，称为顺捻钢丝绳，反之则称为交互捻钢丝绳。早期，研究者将钢丝当作只承受沿轴线方向拉力的纤维处理，忽略了钢丝的弯曲、扭转刚度和钢丝间的接触，研究钢丝绳中钢丝切向、径向和拉伸应力[1-2]。1976 年 COSTELLO 等[3-4]基于 Love 弹性曲杆理论，考虑了钢丝的弯曲和扭转刚度及材料的泊松效应，得到了目前被广泛使用的钢丝绳力学模型。1999 年，王世文等[5]对钢丝绳弹性力学模型做了详细回顾，对各类主要钢丝绳模型进行了对比分析，指出了钢丝绳理论的研究方向。2013 年，SPAK 等[6]对钢丝绳力学模型的相关文献进行了较全面的综述，重点分析了钢丝绳阻尼特性，指出了各类钢丝绳模型的适用性。近年来，孟凡明、陈原培和龚宪生等[7-10]针对钢丝绳接触问题，建立了半解析模型，分析了单层单股绳、多层单股绳以及钢丝绳与绳槽的接触响应。

多股钢丝绳钢丝数量较多，可应用于承载能力要求较高的使用环境；由于其中大多数钢丝经过了两次捻绕（后文称作二次螺旋钢丝），整根绳弯曲刚度更低，因此可在较小直径的滑轮或卷筒上工作。LEE[11]详细分析了多股钢丝绳的几何结构，指出钢丝经过多次捻绕后，不具有单股钢丝绳的螺旋对称型，轴向加载下，多股绳二次螺旋钢丝的响应沿钢丝绳截面是不断变化的，而单股绳则是处处相同。Costello 模型首先分析得到单股的拉伸、扭转和弯曲刚度，将外层股整体视为一根螺旋钢丝，然后运用这些参数得到外层股在整绳中的拉伸力和扭矩，这种等效的方法忽略了二次螺旋钢丝的局部响应沿钢丝绳截面的“起伏变化”[4]。ELATA 等[12]考虑了双螺旋构型对钢丝绳力学性能的影响，为简化分析过程，采用了纤维假设。USABIAGA 等[13]基于摩擦无穷大假设建立了多股钢丝绳的力学模型，分析了钢丝弯曲和扭转变形沿绳轴线的变化情况。XIANG 等[14]基于钢丝平衡方程和无摩擦假设，建立了二次螺旋结构多股钢丝绳弹性理论模型，与 USABIAGA 等[13]的结果进行了对比分析，并进一步将模型推广到钢丝绳的弹塑性响应计算[15]。LIU 等[16]仔细分析了多股钢丝绳不同结构参数对其整绳拉力和扭转力矩的影响。有限元模拟是分析结构力学响应的常用方法，但由于多股绳钢丝数量较多且钢丝间存在相互接触，当钢丝绳长度较长时计算量很大。研究者利用 6 根外层股的对称性，选取 1/6 节距（钢丝绳一个螺旋周期长度的 1/6）模拟获得了多股钢丝绳中钢丝的局部变形和应力响应[17-18]，分别对钢丝绳弹塑性力学响应[17]和摩擦磨损行为[18]进行了研究。总的来看，考虑多股钢丝绳多次捻绕结构的力学模型较少，对钢丝局部响应行为（特别是二次螺旋钢丝的局部拉伸、弯曲和扭转变形响应）有待进一步研究。

本研究基于 Love 弹性曲杆理论，详细分析多股钢丝绳多次捻绕结构特点，建立轴向载荷作用下直接考虑二次螺旋钢丝局部弯曲和扭转变形的多股钢丝绳力学模型，结合有限元模拟计算，对比研究多股绳不同捻向（交互捻或顺捻）对其整体响应和钢丝局部变形的影响，进一步阐明多股钢丝绳的力学行为。

1　多股钢丝绳的几何模型

考虑图 1(a)所示的 7×7 多股钢丝绳，由一根中心股和 6 根外层股组成。其中，中心股外层钢丝和外层股中心钢丝经过了一次捻绕，本研究称作一次螺旋钢丝；外层股外层钢丝经过了两次捻绕，本研究称作二次螺旋钢丝(按多股钢丝绳捻向的不同，又可分为顺捻钢丝和交互捻钢丝)。

建立笛卡尔坐标系描述钢丝中心线的几何结构(如图 1b 所示，Z 方向与钢丝绳轴线重合)。一次螺旋钢丝中心线描述为

$$x_{s0} = r_{s0}\cos\theta_s \tag{1a}$$

$$y_{s0} = r_{s0}\sin\theta_s \tag{1b}$$

$$z_{s0} = r_{s0}\tan\alpha_{s0}\theta_s \tag{1c}$$

式中：下标“0”代表钢丝绳变形前的状态；下标“s”代表一次螺旋钢丝；r_{s0} 和 α_{s0} 分别是一次螺旋钢丝的捻绕半径和捻角；θ_s 代表了绕 Z 轴的旋转角度。引入 Frenet-Serret 标架 $[\boldsymbol{n}_{s0}, \boldsymbol{b}_{s0}, \boldsymbol{t}_{s0}]$ 来描述一次螺旋钢丝中心线的几何性质，其中 $\boldsymbol{n}_{s0}$ 为主法线方向，$\boldsymbol{b}_{s0}$ 为次法线方向，$\boldsymbol{t}_{s0}$ 为钢丝轴线方向。将二次螺旋钢丝的中心线向外层股中心钢丝的 Frenet-Serret 标架投影，即

$$\begin{Bmatrix} x_{w0} \\ y_{w0} \\ z_{w0} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_{s0} \\ y_{s0} \\ z_{s0} \end{Bmatrix} + [\boldsymbol{n}_{s0}\ \boldsymbol{b}_{s0}\ \boldsymbol{t}_{s0}] \begin{Bmatrix} x_{s0} \\ y_{s0} \\ z_{s0} \end{Bmatrix} \tag{2}$$

即可得到双螺旋钢丝中心线的空间几何方程

$$x_{w0} = x_{s0} - r_{w0}\cos\theta_w\cos\theta_s + r_{w0}\sin\theta_w\sin\theta_s\sin\alpha_{s0} \tag{3a}$$

$$y_{w0} = y_{s0} - r_{w0}\cos\theta_w\sin\theta_s - r_{w0}\sin\theta_w\cos\theta_s\sin\alpha_{s0} \tag{3b}$$

$$z_{w0} = z_{s0} + r_{w0}\sin\theta_w\cos\alpha_{s0} \tag{3c}$$

式中：下标“w”代表二次螺旋钢丝；r_{w0} 是二次螺旋钢丝的捻绕半径；θ_w 代表二次螺旋钢丝的捻绕角度并且 $\theta_w = \pm m\theta_s$，这里 m 是结构参数，代表了一次、二次螺旋钢丝的长度对应关系(图 2)，对顺捻钢丝绳，符号取正，对交互捻钢丝绳，符号取负，即

$$m = \frac{r_{s0}}{r_{w0}} \frac{1}{\tan\beta_{w0}\cos\alpha_{s0}} \tag{4}$$

式中，β_{w0} 是双螺旋钢丝的捻角。

当钢丝绳承受轴向载荷时，定义其拉伸变形和扭转变形分别为 ε_t 和 k_t，即

$$\varepsilon_t = \frac{L - L_0}{L_0} \tag{5a}$$

$$k_t = \frac{\Delta\varphi}{L_0} \tag{5b}$$

式中：L_0 和 L 分别是变形前后钢丝绳的长度；$\Delta\varphi$ 是变形过程中钢丝绳两端的相对扭转角度。变形过程中，钢丝沿着整绳轴线方向拉伸和旋转，所以钢丝绳轴向受载后，一次螺旋钢丝中心线的几何方程为

$$x_s = r_{s0}\cos(\theta_s + k_t z_{s0}) \tag{6a}$$

$$y_s = r_{s0}\sin(\theta_s + k_t z_{s0}) \tag{6b}$$

$$z_s = z_{s0}(1 + \varepsilon_t) \tag{6c}$$

钢丝绳轴向加载后，二次螺旋钢丝中心线的几何方程用变形后外层股中心钢丝的 $\{x_s, y_s, z_s\}$、$[\boldsymbol{n}_s, \boldsymbol{b}_s, \boldsymbol{t}_s]$ 分别代替式(2)中的 $\{x_{s0}, y_{s0}, z_{s0}\}$、$[\boldsymbol{n}_{s0}, \boldsymbol{b}_{s0}, \boldsymbol{t}_{s0}]$ 即可。

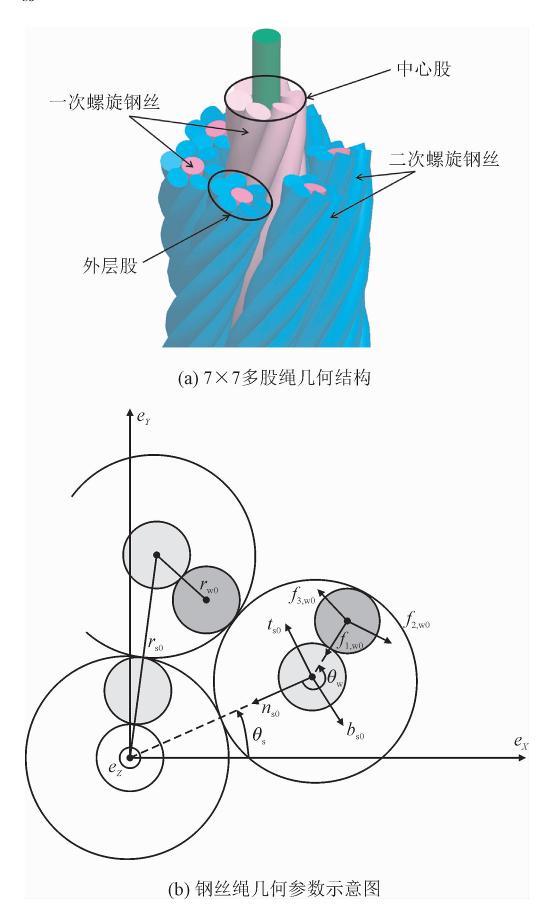


图 1　7×7 多股钢丝绳的几何结构

Fig. 1　Geometric features of a 7×7 wire rope structure

2　多股钢丝绳的力学模型

钢丝的变形可用 4 个参数表示：轴向拉伸应变 ξ，空间弯曲的曲率 $\Delta\kappa$ 和 $\Delta\kappa'$，以及绕钢丝轴向扭

转的扭率 $\Delta\boldsymbol{\tau}$。

每根钢丝可视作一根细长曲杆,其中心线为空间螺旋线,钢丝的变形与其空间几何特征密切相关。Love 曲杆理论[3]指出了曲杆中心线空间曲率的计算方法,即在每个曲杆截面上建立了局部扭转-挠曲标架(principal torsion-flexure axes)$[\boldsymbol{f}_1,\boldsymbol{f}_2,\boldsymbol{f}_3]$。该标架始终固连在曲杆截面上,随曲杆一起变形,代表了每个截面变形前、后的一一对应关系。当 principal torsion-flexure axes 被完全确定后,曲杆的空间曲率可以由以下公式计算。

$$\boldsymbol{\kappa} = l_3\frac{\mathrm{d}l_2}{\mathrm{d}s} + m_3\frac{\mathrm{d}m_2}{\mathrm{d}s} + n_3\frac{\mathrm{d}n_2}{\mathrm{d}s} \tag{7a}$$

$$\boldsymbol{\kappa}' = l_1\frac{\mathrm{d}l_3}{\mathrm{d}s} + m_1\frac{\mathrm{d}m_3}{\mathrm{d}s} + n_1\frac{\mathrm{d}n_3}{\mathrm{d}s} \tag{7b}$$

$$\boldsymbol{\tau} = l_2\frac{\mathrm{d}l_1}{\mathrm{d}s} + m_2\frac{\mathrm{d}m_1}{ds} + n_2\frac{dn_1}{ds} \tag{7c}$$

式中:l_i、m_i、n_i 是 $\boldsymbol{f}_i$ 的3个分量($i = 1,2,3$)。注意到 $\boldsymbol{f}_3$ 与 Frenet-Serret 标架下的 $\boldsymbol{t}$ 均沿曲杆轴线方向,因此实际上 $\boldsymbol{f}_3 = \boldsymbol{t}$。

借助 Love 曲杆理论,钢丝的变形分析可以转化为确定变形前、后钢丝截面的扭转-挠曲标架问题。在变形前,扭转-挠曲标架的选择有一定任意性。对于一次螺旋钢丝,令其变形前 $\boldsymbol{f}_{1,\mathrm{s0}}$ 指向钢丝绳中心轴线(即与 Frenet-Serret 标架主法线方向 $\boldsymbol{n}_{\mathrm{s0}}$ 重合)。由于一次螺旋钢丝中心线始终是类似弹簧的型线,轴线加载下,变形后的 $\boldsymbol{f}_{1,\mathrm{s}}$ 仍将指向钢丝绳中心轴线(即与 $\boldsymbol{n}_{\mathrm{s}}$ 重合),可以得到

$$\Delta\boldsymbol{\kappa}_{\mathrm{s}} = \boldsymbol{\kappa}_{\mathrm{s}} - \boldsymbol{\kappa}_{\mathrm{s0}} = 0 \tag{8a}$$

$$\Delta\boldsymbol{\kappa}_{\mathrm{s}}' = \boldsymbol{\kappa}_{\mathrm{s}}' - \boldsymbol{\kappa}_{\mathrm{s0}}' = \frac{\cos^2\alpha_{\mathrm{s}}}{r_{\mathrm{s}}} - \frac{\cos^2\alpha_{\mathrm{s0}}}{r_{\mathrm{s0}}} \tag{8b}$$

$$\Delta\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{s}} = \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{s}} - \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{s0}} = \frac{\sin\alpha_{\mathrm{s}}\cos\alpha_{\mathrm{s}}}{r_{\mathrm{s}}} - \frac{\sin\alpha_{\mathrm{s0}}\cos\alpha_{\mathrm{s0}}}{r_{\mathrm{s0}}} \tag{8c}$$

这与 COSTELLO 模型的结果一致。

对于二次螺旋钢丝,同样令变形前 $\boldsymbol{f}_{1,\mathrm{w0}}$ 从钢丝截面中心指向其螺旋中心(即外层股中心,如图1b所示),即

$$\boldsymbol{f}_{1,\mathrm{w0}} \parallel (x_{\mathrm{s0}} - x_{\mathrm{w0}}, y_{\mathrm{s0}} - y_{\mathrm{w0}}, z_{\mathrm{s0}} - z_{\mathrm{w0}}) \tag{9}$$

于是 $\boldsymbol{f}_{3,\mathrm{w0}} = \boldsymbol{t}_{\mathrm{w0}}$,$\boldsymbol{f}_{2,\mathrm{w0}} = \boldsymbol{f}_{3,\mathrm{w0}} \times \boldsymbol{f}_{1,\mathrm{w0}}$。考虑到其绕外层股中心钢丝捻绕成型,根据多股钢丝绳的结构特性,二次螺旋钢丝应始终跟随外层股整体一起变形。因此变形后,二次螺旋钢丝的 $\boldsymbol{f}_{1,\mathrm{w}}$ 仍应指向外层股中心,于是

$$\boldsymbol{f}_{1,\mathrm{w}} \parallel (x_{\mathrm{s}} - x_{\mathrm{w}}, y_{\mathrm{s}} - y_{\mathrm{w}}, z_{\mathrm{s}} - z_{\mathrm{w}}) \tag{10}$$

然后 $\boldsymbol{f}_{3,\mathrm{w}} = \boldsymbol{t}_{\mathrm{w}}$,$\boldsymbol{f}_{2,\mathrm{w}} = \boldsymbol{f}_{3,\mathrm{w}} \times \boldsymbol{f}_{1,\mathrm{w}}$。此时,二次螺旋钢丝变形前后的 $[\boldsymbol{f}_{1,\mathrm{w0}},\boldsymbol{f}_{2,\mathrm{w0}},\boldsymbol{f}_{3,\mathrm{w0}}]$、$[\boldsymbol{f}_{1,\mathrm{w}},\boldsymbol{f}_{2,\mathrm{w}},\boldsymbol{f}_{3,\mathrm{w}}]$ 就确定了,然后代入式(7a)~(7c)即可获得钢丝变形前后曲率,进而得到钢丝的弯曲和扭转变形。

对于钢丝的轴向拉伸变形 ξ,可通过对比钢丝变形前后的长度获得。图2给出了钢丝中心线变形前后的平面展开图,可以得到

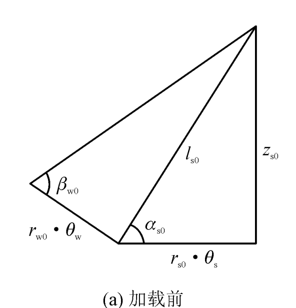
$$\xi_{\mathrm{s}} = \frac{\sqrt{(r_{\mathrm{s0}}(\theta_{\mathrm{s}} + k_{\mathrm{t}}z_{\mathrm{s0}}))^2 + (z_{\mathrm{s0}}(1 + \varepsilon_{\mathrm{t}}))^2}}{\sqrt{(r_{\mathrm{s0}}\theta_{\mathrm{s}})^2 + (z_{\mathrm{s0}})^2}} - 1 \tag{11}$$

$$\xi_{\mathrm{w}} = \frac{\sqrt{(l_{\mathrm{s0}}\xi_{\mathrm{s}})^2 + (r_{\mathrm{w0}}(\theta_{\mathrm{w}} \pm \Delta\tau_{\mathrm{s}} \cdot l_{\mathrm{s0}}))^2}}{\sqrt{(l_{\mathrm{s0}})^2 + (r_{\mathrm{w0}}\theta_{\mathrm{w}})^2}} - 1 \tag{12}$$

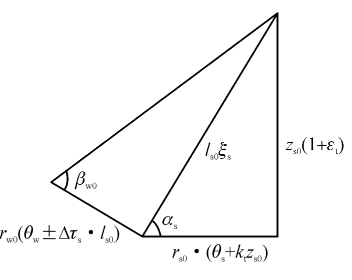
式中,

$$l_{\mathrm{s0}} = r_{\mathrm{s0}}\theta_{\mathrm{s}}/\cos\alpha_{\mathrm{s0}} = r_{\mathrm{w0}}\theta_{\mathrm{w}}\tan\beta_{\mathrm{w0}} \tag{13}$$

对顺捻钢丝,式(12)符号取正,对交互捻钢丝,式(12)符号取负。



(a) 加载前



(b) 加载后

图2 钢丝中心线的平面展开图

Fig.2 Planar view of a double-helix centerline and its corresponding single-helix centerline

图3给出了钢丝的受力分析图。在沿钢丝中心线每个 ds 长度微元上,钢丝截面受到3个方向的力(分别标记为 N、N' 和 T)和力矩(分别标记为 G、G'、H)作用,钢丝侧面受到3个方向的力(分别标记为 X、Y、Z)和力矩(分别标记为 K、K'、Θ)。将这些力和力矩沿扭转-挠曲标架 $[\boldsymbol{f}_1,\boldsymbol{f}_2,\boldsymbol{f}_3]$ 投影,

可以得到如下的平衡方程(详细推导可参考文献[4])。

$$\frac{dN}{ds} - N'\tau + T\kappa' + X = 0 \quad (14a)$$

$$\frac{dN'}{ds} - T\kappa + N\tau + Y = 0 \quad (14b)$$

$$\frac{dT}{ds} - N\kappa' + N'\kappa + Z = 0 \quad (14c)$$

$$\frac{dG}{ds} - G'\tau + H\kappa' - N' + K = 0 \quad (14d)$$

$$\frac{dG'}{ds} - H\kappa + G\tau + N + K' = 0 \quad (14e)$$

$$\frac{dH}{ds} - G\kappa' + G'\kappa - \Theta = 0 \quad (14f)$$

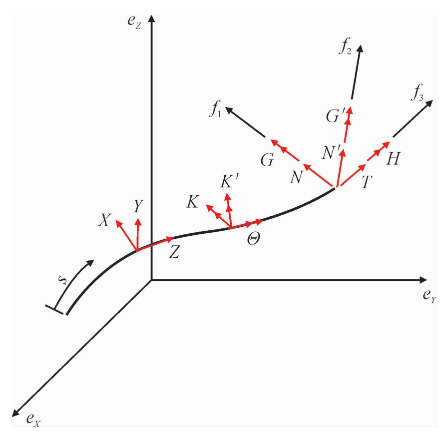


图 3　钢丝受力分析图[3]

Fig. 3　Forces and moments acting on a wire[3]

钢丝截面上的弯矩和扭矩可以由变形参数的变化量计算得到

$$G = EI \cdot \Delta\kappa \quad (15a)$$

$$G' = EI \cdot \Delta\kappa' \quad (15b)$$

$$H = \mu J \cdot \Delta\tau \quad (15c)$$

式中, EI 和 μJ 分别是一个半径为 R 的钢丝截面的弯曲和扭转刚度; E 和 μ 分别是钢丝材料的杨氏模量和剪切模量。

沿钢丝轴线的拉力为

$$T = E\pi R^2 \xi \quad (16)$$

每根钢丝对整绳拉力和扭矩的贡献,可以将钢丝截面的力和力矩从局部标架 $[\boldsymbol{f}_1, \boldsymbol{f}_2, \boldsymbol{f}_3]$ 向整绳标架 $\{\boldsymbol{e}_X, \boldsymbol{e}_Y, \boldsymbol{e}_Z\}$ 投影得到。分别为

$$F_i = (N_i \cdot \boldsymbol{f}_1 + N_i' \cdot \boldsymbol{f}_1 + T_i \cdot \boldsymbol{f}_1) \cdot \boldsymbol{e}_Z \quad (17a)$$

$$M_i = (\boldsymbol{\rho} \times N_i \cdot \boldsymbol{f}_1 + \boldsymbol{\rho} \times N_i' \cdot \boldsymbol{f}_2 + \boldsymbol{\rho} \times T_i \cdot \boldsymbol{f}_3) \cdot \boldsymbol{e}_Z + (G_i \cdot \boldsymbol{f}_1 + G_i' \cdot \boldsymbol{f}_2 + H_i \cdot \boldsymbol{f}_3) \cdot \boldsymbol{e}_Z \quad (17b)$$

式中, $\boldsymbol{\rho}$ 是从钢丝截面中心到整绳轴线的向量。

整绳拉力 F_t 和扭矩 M_t 可由以下公式计算。

$$F_t = \sum_1^{n_t} F_i \quad (18a)$$

$$M_t = \sum_1^{n_t} M_i \quad (18b)$$

式中, n_t 是绳中的钢丝总数。

3　钢丝绳的有限元模拟

本研究结合有限元模拟与所提出的弹性理论模型进行对比验证;同时,通过有限元模拟进一步分析钢丝间的接触响应以及钢丝绳在大载荷下进入弹塑性变形阶段时的响应情况。钢丝绳的三维模型参考王大刚等[17,19]的方法,使用 Pro/Engineer Wildfire 5.0 完成。随后将钢丝绳的三维模型导入商用有限元分析软件,采用 C3D8R 单元(8 节点线性砖单元,减缩积分)对模型进行离散(图 4)。1 ×7 单股绳的单元总数为 137 520、节点总数为 145 038(对接触部位进行了加密),7 ×7 多股绳的单元总数为 846 720、节点总数为 1 002 199。相邻钢丝间施加无摩擦接触条件。在钢丝绳前、后两端面外轴线上分别建立参考点,采用运动耦合模式约束端面上的节点,使得参考点与相应耦合的节点达到相同的位移,并且端面节点受到的合力和合力矩与施加在参考点上的力和力矩相等。约束一端参考点的位移,对另一端参考点施加沿钢丝绳轴线方向的位移,即对钢丝绳施加拉伸载荷。钢丝材料使用双线性各向同性本构,相关参数为:弹性模量 E = 188 GPa, 屈服强度 $\sigma_{0.2}$ = 1.54 GPa, 极限抗拉强度 σ_m = 1.8 GPa, 泊松比 ν = 0.3, 塑性模量 E_p = 24.6 GPa。

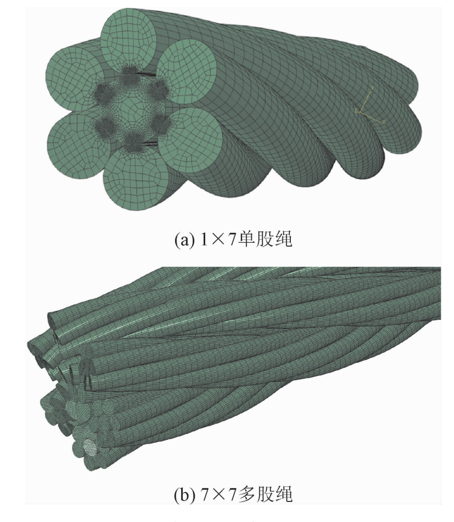


图 4　钢丝绳有限元网格

Fig. 4　Finite element mesh of wire ropes

4 结果与讨论

4.1 模型验证与对比

考虑 1 ×7 单股绳的力学响应。其中心钢丝直径为 3.94 mm,外层钢丝直径为 3.73 mm,捻角为 78.2°。图 5 给出了 1 ×7 单股绳随着轴向拉伸的拉力及扭矩的变化趋势。在弹性阶段,理论模型与实验数据以及有限元模拟结果一致;同时,在弹塑性阶段,有限元模拟结果与实验结果也基本吻合。

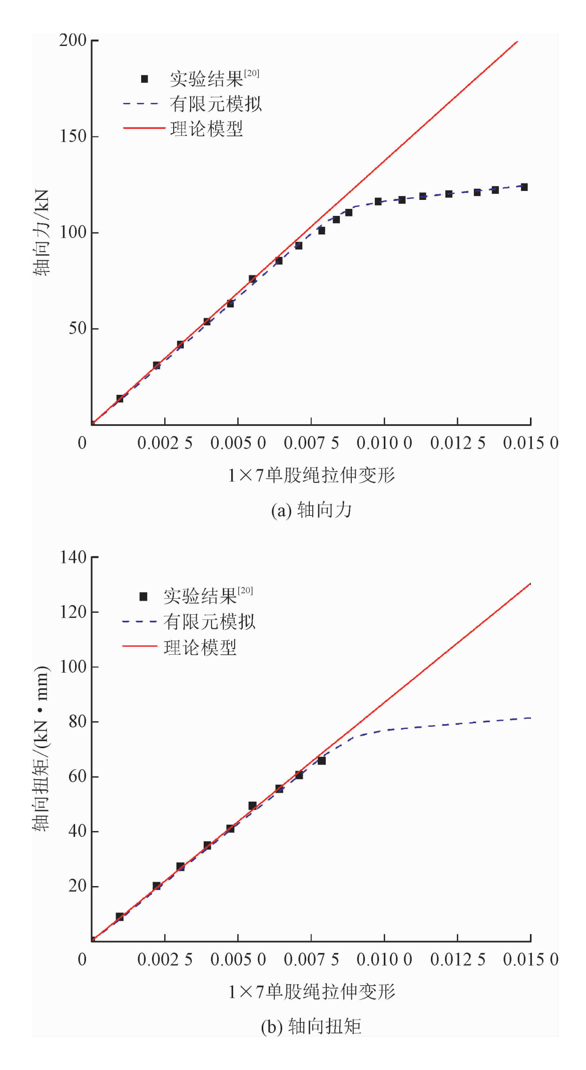


图 5 1 ×7 单股钢丝绳的拉伸响应

Fig. 5 Axial response of the 1 ×7 wire strand

图 6 给出了 7 ×7 多股钢丝绳的轴向力响应,其几何结构参数详见文献[12]。可以看出,不论顺捻还是交互捻钢丝绳,本研究弹性理论模型的结果与经典 COSTELLO 模型一致,与有限元模拟在弹性段的结果也吻合。

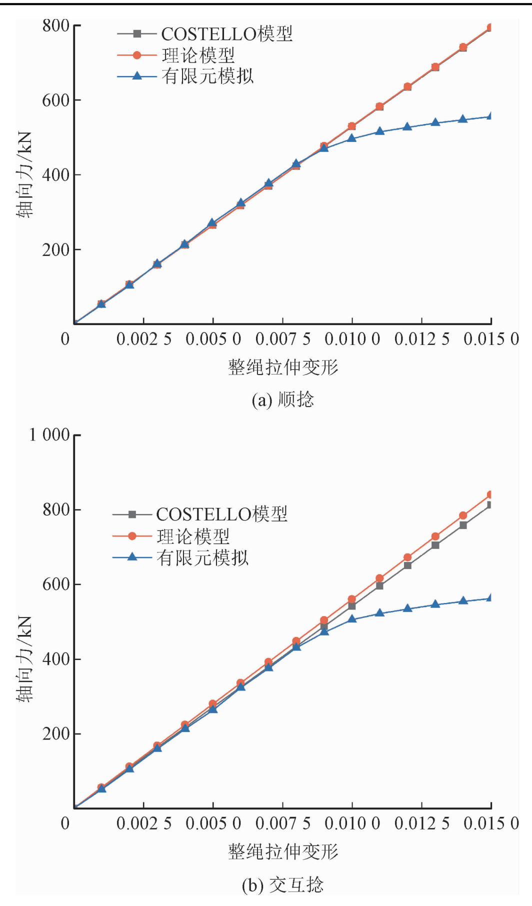


图 6 7 ×7 多股钢丝绳的轴向力响应

Fig. 6 Axial force of the 7 ×7 wire rope

4.2 不同捻向多股钢丝绳的整体响应分析

图 7 给出了整绳承受拉伸变形时的扭矩响应。可以看出,交互捻钢丝绳所受的扭矩明显小于顺捻钢丝绳。通过图 6(a)、6(b)的对比可知,使整绳产生同样的轴向拉伸变形,交互捻钢丝绳所需的拉力略高于顺捻钢丝绳。

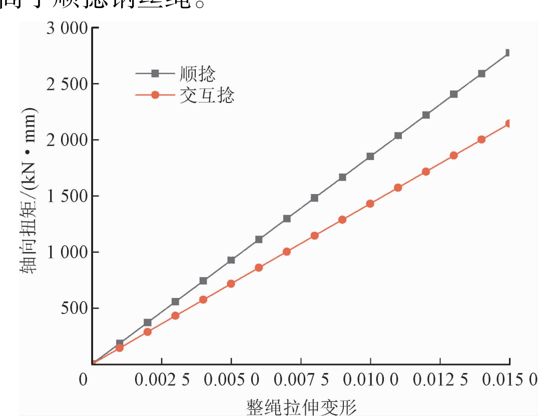


图 7 轴向拉伸载荷作用下 7 ×7 钢丝绳的扭矩响应

Fig. 7 Torque of the 7 ×7 wire rope under axial tension

整绳承受扭转变形时,交互捻钢丝绳的轴向力和轴向扭矩均小于顺捻钢丝绳,分别如图 8(a)、

8(b)所示。

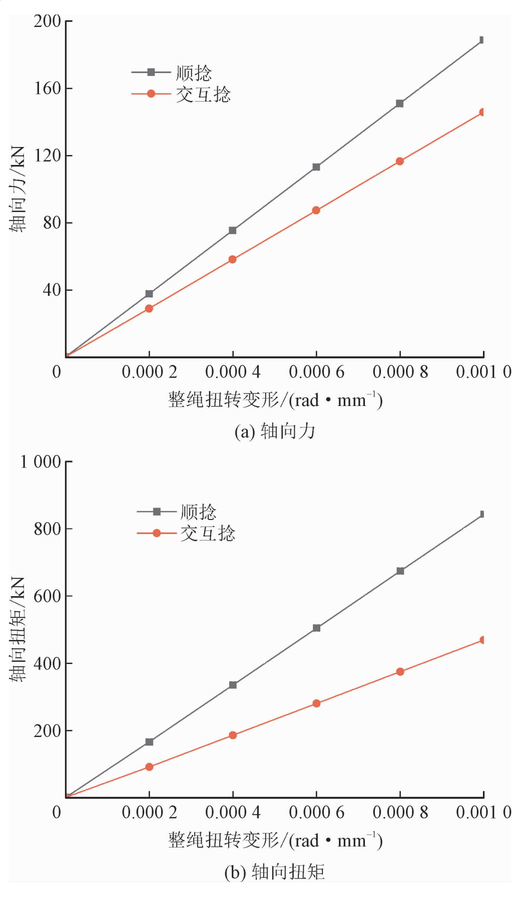


图 8　扭转载荷作用下 7×7 钢丝绳的轴向响应

Fig. 8　Axial response of the 7×7 wire rope under different torsion

4.3　多股绳不同捻向钢丝的弹性响应分析

图 9 给出了 7×7 多股钢丝绳整绳承受拉伸载荷情况下二次螺旋钢丝绳的弯曲和扭转变形。可以看出,二次螺旋钢丝的变形沿绳轴线均周期性变化,不同于一次螺旋钢丝变形沿绳轴线保持不变(考虑一次螺旋钢丝的空间“螺旋对称性”,而二次螺旋钢丝没有这种对称性[9],因此这种变形行为是容易理解的)。顺捻钢丝绳二次螺旋钢丝第一方向的弯曲变形 $\Delta\kappa$ 与交互捻钢丝绳大小相同,方向刚好相反,均在零位上下波动;顺捻钢丝第二方向的弯曲变形 $\Delta\kappa'$ 大于交互捻钢丝,方向相同。对于扭转变形 $\Delta\tau$,顺捻钢丝绳大于交互捻钢丝绳,且方向相反。

可以看出,图 9(a)中弯曲变形的曲率变化量 $\Delta\kappa$ 和 $\Delta\kappa'$ 在 10^{-4} mm^{-1} 量级上。弯曲变形引起的钢丝截面最大半径处的拉伸应变($R\cdot\Delta\kappa$ 、$R\cdot\Delta\kappa'$)在 10^{-4} 量级,最大半径处的拉伸应力($ER\cdot\sqrt{\Delta\kappa^2+\Delta\kappa'^2}$)在几十兆帕量级;由式 15(a)、15(b)可知,弯曲变形引起的钢丝截面弯矩在 10^2 N·mm 量级。图 9(b)中所示的沿钢丝轴线单位长度的扭转角在 10^{-4} rad/mm 量级;由 15(c)可知,扭转变形引起的钢丝截面最大扭矩在 10^2 N·mm 量级。

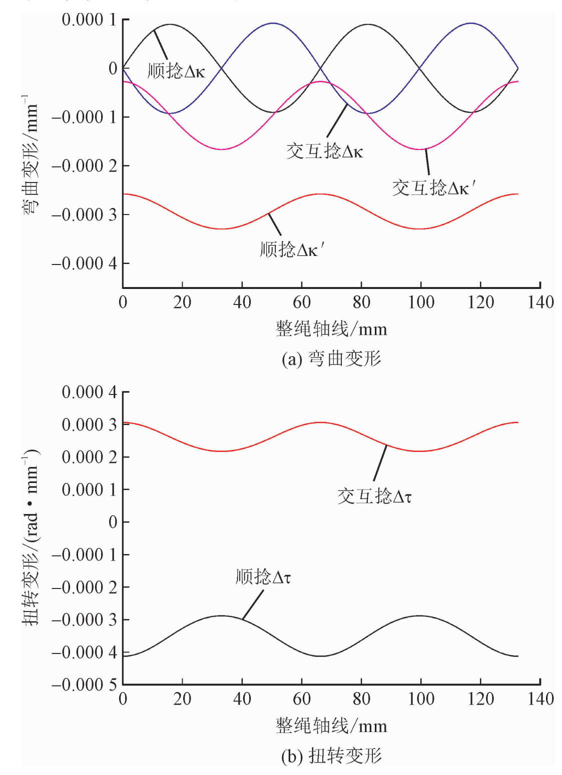


图 9　轴向拉伸载荷作用下二次螺旋钢丝的变形($\varepsilon_t=0.005$, $k_t=0$)

Fig. 9　Deformation of the double-helix wire under axial tensile load ($\varepsilon_t=0.005$, $k_t=0$)

钢丝截面上一点的拉伸应力由界面上的拉力 T 和弯矩 G 及 G' 共同产生,而剪切应力则由扭矩 H 产生。钢丝截面上的最大拉应力和最大剪切应力分别为

$$\sigma_{\max}=E\xi+\frac{4\sqrt{G^2+G'^2}}{\pi R^3}\tag{19a}$$

$$\tau_{\max}=\frac{2H}{\pi R^3}\tag{19b}$$

图 10 给出了二次螺旋钢丝的最大拉伸应力沿整绳轴线变化情况。可以看出,虽然顺捻钢丝的拉伸变形和应力更小(顺捻钢丝拉伸应力约 767 MPa,交互捻钢丝约 802 MPa),但由于顺捻钢丝的弯曲变形更大(图 9a)最大拉伸应力反而比交互捻钢丝略大。而根据式(19b)和式(15c),钢丝截面最大剪应力与 $\Delta\tau$ 成线性关系。顺捻钢丝截面的最大剪应力约 31～49 MPa,交互捻钢丝约 23～33 MPa。总的来看,整绳受轴向拉伸载荷时顺捻钢丝的局部应力略高于交互捻钢丝,这与吴娟等[21]通过有限元模拟得到的结论是一致的。

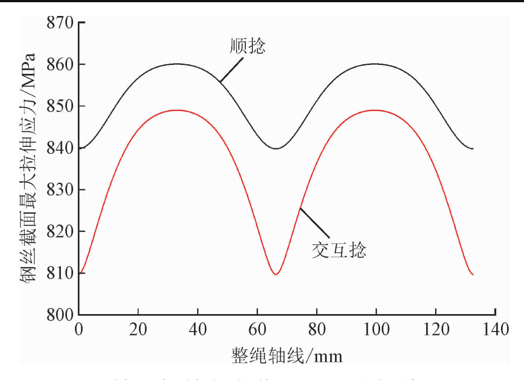


图10 轴向拉伸载荷作用下二次螺旋钢丝的最大拉伸应力($\varepsilon_t = 0.005, k_t = 0$)

Fig. 10 Maximum axial stress of the double-helix wire under axial tensile load ($\varepsilon_t = 0.005, k_t = 0$)

4.4 多股绳不同捻向钢丝的接触及弹塑性应力分析

钢丝绳的应力与每根钢丝的拉伸-弯曲-扭转变形密切相关,同时钢丝间的接触也会对钢丝局部应力产生明显的影响。图11给出了105 kN拉力下外层股与中心股接触截面的钢丝绳应力分布情况,此时与图6对比可知,整绳还处于弹性阶段。可以看出,顺捻钢丝绳接触响应最大的部位位于外层股与中心股接触区域,且已进入塑性变形状态;交互捻钢丝绳的最大应力虽然小于顺捻钢丝绳,但接触响应高应力区更多。

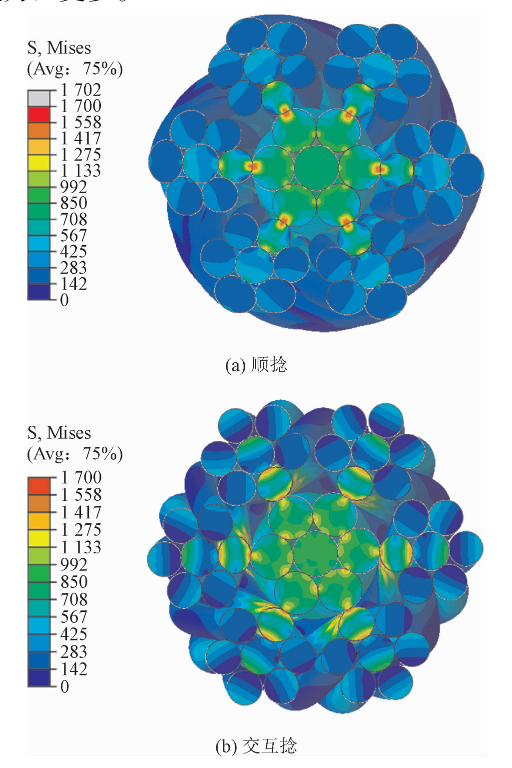


图11 105 kN拉力下7×7多股钢丝绳的截面应力

Fig. 11 Stress of the 7×7 wire rope cross-section under 105 kN tension load

图12给出了425 kN下钢丝绳的应力云图,此时整绳已经进入弹塑性响应阶段。可以看出,顺捻绳和交互捻绳的应力分布有明显区别,不考虑两端1/6节距长度内的响应数据以排除端部加载方式的影响,交互捻绳的Mises应力范围(最低约几十兆帕,最高1 800 MPa)比顺捻绳(最低约300多兆帕,最高1 800 MPa)更宽。在载荷较大时,钢丝间存在更加明显的接触作用,叠加钢丝的塑性变形,多股钢丝绳的响应变得比较复杂,需要后续开展进一步研究工作进行分析。

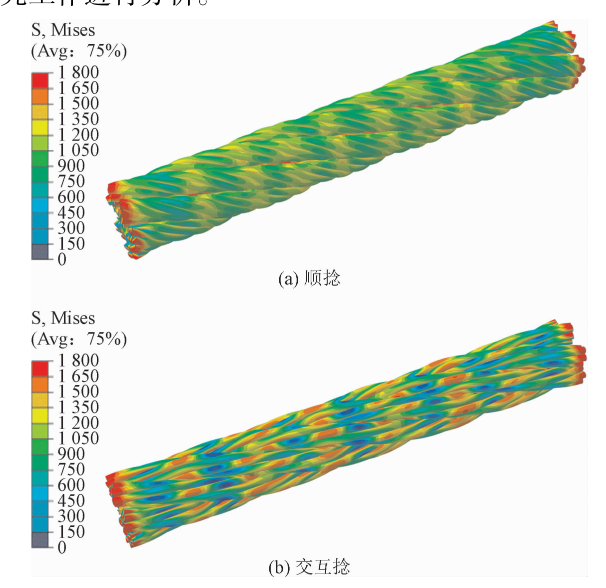


图12 425 kN拉力下7×7多股钢丝绳的应力

Fig. 12 Stress of the 7×7 wire rope under 425 kN tension load

5 结 论

本研究基于Love弹性曲杆理论和变形前后钢丝绳结构状态分析,建立了考虑二次螺旋钢丝变形状态的多股钢丝绳轴向受载弹性理论模型,对比分析了不同捻向钢丝绳(顺捻、交互捻)整绳和局部钢丝的力学响应行为。通过与COSTELLO模型、有限元计算结果进行对比,验证了模型的正确性,同时进一步基于有限元分析了不同捻向多股绳的弹塑性变形响应。得到的主要结论如下。

1) 在承受同样的轴向拉伸变形情况下,顺捻钢丝绳的轴向拉力与交互捻钢丝绳基本相当,但产生的轴向扭矩明显高于交互捻绳,这是由于交互捻绳中二次螺旋钢丝的捻向与外层股的捻向相反,从而其扭转变形与外层股整体扭转变形方向相反导致的。

2) 与一次螺旋钢丝不同,二次螺旋钢丝的弯曲

和扭转响应沿整绳轴线周期性变化。整绳受轴向拉伸载荷时,顺捻钢丝局部扭转变形的方向与交互捻钢丝相反,顺捻钢丝的弯曲和扭转变形更大,造成其拉伸和扭转应力略大于交互捻钢丝绳。

3）由于外层股与中心股的接触,多股钢丝绳在整绳还处于弹性阶段时,接触部位就可能屈服进入塑性变形阶段。从有限元结果看,顺捻钢丝绳的接触应力响应高于交互捻绳,但仅限于外层股与中心股的接触部位;对于股内钢丝间的接触应力,交互捻钢丝绳则高于顺捻钢丝绳。

4）工程实际中考虑足够的安全系数,钢丝绳通常在弹性范围内使用。此时,由于交互捻钢丝绳产生的反作用扭矩更小、局部应力水平更低,因此交互捻钢丝绳更优。

参考文献:

[1] HRUSKA F H. Radial forces in wire ropes[J]. Wire and wire products,1952,27(5):459-463.

[2] LANTEIGNE J. Theoretical estimation of the response of helically armored cables to tension,torsion,and bending[J]. Journal of applied mechanics,1985,52(2):423-432.

[3] LOVE A E H. A treatise on the mathematical theory of elasticity[M]. New York:Dover Publications,1944.

[4] COSTELLO G A. Theory of wire rope[M]. 2nd ed. New York:Springer,1997.

[5] 王世文,冯继玲,杨兆建,等. 弹性钢丝绳理论研究进展[J]. 力学进展,1999,29(4):486-500.
WANG Shiwen,FENG Jiling,YANG Zhaojian,et al. Research progress on elastic wire rope theories[J]. Advances in mechanics,1999,29(4):486-500(in Chinese).

[6] SPAK K, AGNES G, INMAN M. Cable modeling and internal damping developments[J]. Applied mechanics reviews,2013,65(1):010801.

[7] CHEN Y P,MENG F M,GONG X S. Full contact analysis of wire rope strand subjected to varying loads based on semi-analytical method[J]. International journal of solids and structures,2017,117:51-66.

[8] 张曼曼,陈原培,孟凡明,等. 计入丝间接触的钢丝绳股轴向力学性能半解析法研究[J]. 中南大学学报(自然科学版),2019,50(4):845-853.
ZHANG Manman,CHEN Yuanpei,MENG Fanming,et al. Study on axial mechanical performances of wire rope strand considering inter-wire contact based on semi-analytical method[J]. Journal of Central South University (science and technology),2019,50(4):845-853(in Chinese).

[9] 陈原培,秦玮,何义团. 不同捻制类型多层结构钢丝绳股力学性能对比研究[J]. 重庆交通大学学报(自然科学版),2022,41(9):74-82.
CHEN Yuanpei,QIN Wei,HE Yituan. Comparative study on mechanical performances of multi-layer structure wire rope strands of different laying types[J]. Journal of Chongqing Jiaotong University (natural science),2022,41(9):74-82(in Chinese).

[10] 宁显国,龚宪生,张骁,等. 超深矿井提升机钢丝绳与绳槽接触研究[J]. 应用力学学报,2019,36(1):151-158.
NING Xianguo,GONG Xiansheng,ZHANG Xiao,et al. Contact between wire rope and drum groove for ultra-deep mine hoist[J]. Chinese journal of applied mechanics,2019,36(1):151-158(in Chinese).

[11] LEE W K. An insight into wire rope geometry[J]. International journal of solids and structures,1991,28(4):471-490.

[12] ELATA D,ESHKENAZY R,WEISS M P. The mechanical behavior of a wire rope with an independent wire rope core[J]. International journal of solids and structures,2004,41(5/6):1157-1172.

[13] USABIAGA H,PAGALDAY J M. Analytical procedure for modelling recursively and wire by wire stranded ropes subjected to traction and torsion loads[J]. International journal of solids and structures,2008,45(21):5503-5520.

[14] XIANG L,WANG H Y,CHEN Y,et al. Modeling of multi-strand wire ropes subjected to axial tension and torsion loads[J]. International journal of solids and structures,2015,58:233-246.

[15] XIANG L,WANG H Y,CHEN Y,et al. Elastic-plastic modeling of metallic strands and wire ropes under axial tension and torsion loads[J]. International journal of solids and structures,2017,129:103-118.

[16] LIU L,ZHENG S M,LIU D B. Effect of lay direction on the mechanical behavior of multi-strand wire ropes[J]. International journal of solids and structures,2020,185:89-103.

[17] WANG D G,ZHANG D K,WANG S Q,et al. Finite element analysis of hoisting rope and fretting wear evolution and fatigue life estimation of steel wires[J]. Engineering failure analysis,2013,27:173-193.

[18] FONTANARI V,BENEDETTI M,MONELLI B D. Elasto-plastic behavior of a Warrington-Seale rope:experimental analysis and finite element modeling[J]. Engineering structures,2015,82:113-120.

[19] 王大刚. 钢丝的微动损伤行为及其微动疲劳寿命预测研究[D]. 徐州:中国矿业大学,2012.

[20] UTTING W S,JONES N. The response of wire rope strands to axial tensile loads—part I. Experimental results and theoretical predictions[J]. International journal of mechanical sciences,1987,29(9):605-619.

[21] 吴娟,寇子明,刘玉辉,等. 独立钢丝绳芯钢丝绳应力及变形分布[J]. 煤炭学报,2014,39(11):2340-2347.
WU Juan,KOU Ziming,LIU Yuhui,et al. Distribution of equivalent stresses and deformations for 6 strand Warrington-Seale rope with an independent wire rope core[J]. Journal of China coal society,2014,39(11):2340-2347(in Chinese).

（编辑　张璐）